

Коротич Андрей Владимирович

доктор архитектуры, чл.-корр. РААСН,
профессор МАА, Заслуженный изобретатель России,
Заведующий лабораторией Актуальных проблем архитектурного формообразования.
Уральский филиал УралНИИпроект ЦНИИП Минстроя России
Екатеринбург, Россия, e-mail: avk-57@uniip.ru

ОБЩАЯ ТЕОРИЯ ПЛОТНЕЙШЕГО ЗАПОЛНЕНИЯ ТРЕХМЕРНОГО ПРОСТРАНСТВА РАВНЫМИ МНОГОГРАННИКАМИ

УДК: 72.01

ББК: 85.110

В статье изложены некоторые актуальные аспекты новой теории пластической организации форм современных оболочек с кристаллической структурой, определены основные перспективные направления их развития. Показаны новые типы кристаллических оболочек, созданные автором в классе многогранных систем, а также способы их образования. Обозначены композиционные перспективы созданной теории и полученных кристаллических оболочек в различных сферах науки, архитектуры и дизайна.

Ключевые слова: многогранник, архитектурная форма, кристаллография, трехмерное пространство.

В течение многих веков выдающиеся ученые мира пытались решить актуальную проблему плотнейшего заполнения трехмерного пространства идентичными замкнутыми многогранными элементами конечных размеров [1–4].

Однако до сих пор не существует единой теории плотнейшего заполнения пространства идентичными многогранниками различных классификационных типов, обобщающей основные методики их формообразования. Цель исследования – создать базовые научные основы такой теории.

В представленной работе определены принципиальные топологические типы многогранников, плотнейшим образом заполняющих трехмерное пространство (т.е. состыкованных без взаимного пересечения и возникновения промежутков между ними); при этом углы, длины сторон и пропорции элементов для настоящего исследования не являются существенными. Одновременно выявлены возможные схемы пространственной компоновки идентичных многогранных модулей плотнейшего заполнения пространства, а также описаны необходимые и достаточные геометрические условия модульной компоновки, выполнение которых является обязательным для создания многообразных топологических типов плотноупакованных трехмерных структур.

Смежные идентичные/одинаковые многогранники (т.е. способные полностью совмещаться друг с другом посредством переносов или поворотов/переворотов, без использования операции зеркального отображения, когда получаются зеркально равные, но не идентичные фигуры) могут стыковаться в пространстве по целым одинаковым граням или со сдвигом совмещенных граней относительно друг друга. При этом в сферу рассмотрения входят как выпуклые, так и невыпуклые многогранники, имеющие сплошную замкнутую ограниченную поверхность из состыкованных по прямолинейным ребрам плоских многоугольников. В работе не исследуются трехмерные объекты, содержащие отсеки криволинейных (в том числе линейчатых) поверх-

ностей, очерченных кривыми контурными линиями, а также формы, составленные из отсеков плоскости с криволинейным контуром.

Исследования автора показали, что плотнейшее заполнение трехмерного пространства одинаковыми замкнутыми многогранниками может осуществляться четырьмя принципиальными путями, определяющими соответствующие методики получения плотно упакованных пространственных структур.

1. «Слои/плиты». Трехмерное пространство может плотнейшим образом заполняться бесконечными по длине и ширине слоями/плитами, имеющими одинаковую/фиксированную толщину, уложенными вплотную друг к другу и содержащими плотно состыкованные между собой идентичные элементарные многогранники.

Внутренняя структура какого-либо типового слоя формируется путем плотной состыковки одинаковых прямых или равно наклонных выпуклых или невыпуклых призматических многогранников, все боковые ребра которых равны и параллельны между собой, а соответствующие противолежащие плоские многоугольные основания стыкуются друг с другом с образованием двух бесконечных сплошных параллельных граничных плоскостей плотнейшим образом, т.е. без зазоров и взаимных пересечений (компоновка типового слоя из одинаковых прямых призм показана на рис.1А/а, а из наклонных – на рис.1А/б).

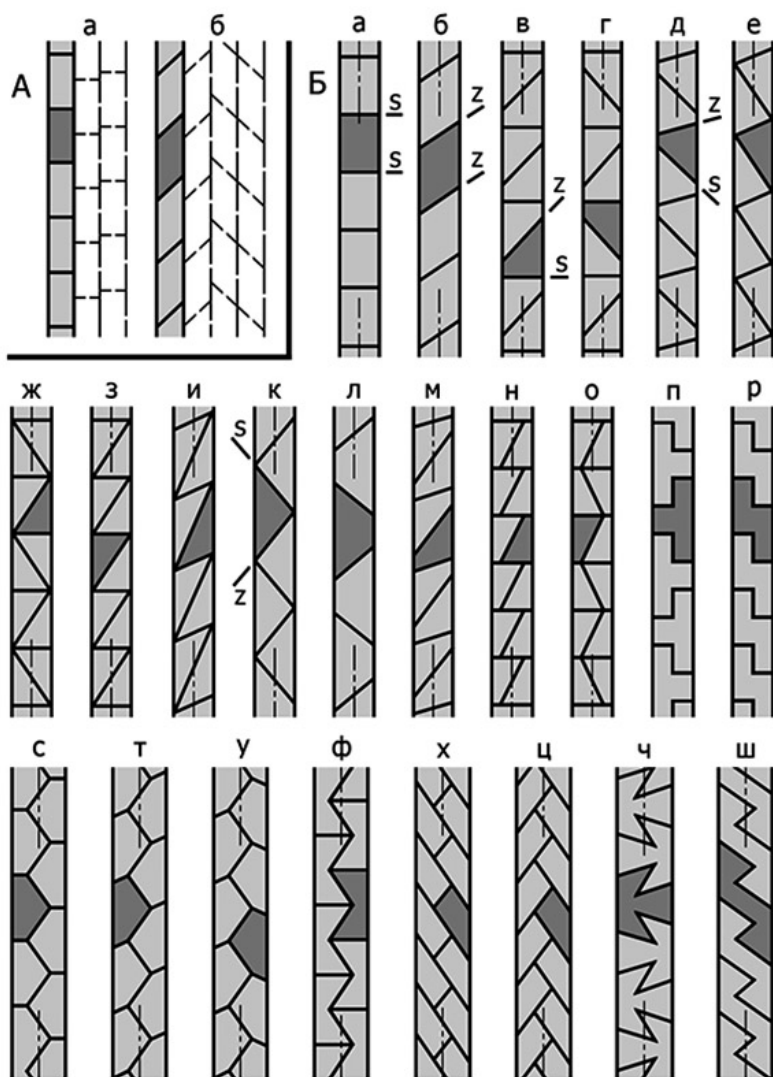


Рис.1. А – основные топологические схемы равноэлементного разбиения бесконечных равнотолщинных «слоев» плотнейшего заполнения пространства с компоновочными вариантами расположения смежных слоев. Б – основные топологические схемы равноэлементного разбиения бесконечных призматических «стержней» плотнейшего заполнения пространства. Автор А.В. Коротич. Права автора защищены

Одинаковые многоугольники, паркетирующие какую-либо плоскость плотнейшим образом, т.е. без зазоров и наложений/взаимных пересечений, в кристаллографической геометрии носят название планигонов или изоэдров [2–4]. Таким образом, основаниями составляющих типовой слой одинаковых призматических многогранников могут являться как выпуклые, так и невыпуклые многоугольники-изоэдры (некоторые из них показаны на рис. 2А-Б).

Прямые призмы какого-либо типового слоя (рис. 1А/а) могут иметь в основании любой из возможных типов известных изоэдров.

Равнонаклонные же призмы какого-либо слоя (у которых все параллельные и равные боковые ребра равнонаклонны к граничным параллельным плоскостям – рис. 1А/б) имеют существенное ограничение. Для того чтобы быть идентичными в пределах слоя, наклонные призмы должны иметь в основании многоугольник-изоэдр, паркетирующий плоскость посредством параллельных переносов (в данном случае все варианты изоэдров, паркетирующих плоскость только лишь посредством зеркально симметричных отображений, категорически исключаются). Среди выпуклых многоугольников таковыми являются параллелограммы (современная кристаллография насчитывает только восемь их типов – рис. 2А/а-з); среди невыпуклых многоугольных изоэдров таковых может быть множество (некоторые приведены на рис. 2Б).

После того, как какой-либо типовой слой сформирован из массива идентичных выпуклых или невыпуклых прямых или наклонных призматических элементарных многогранников, расположенных между двумя параллельными граничными плоскостями, система аналогичных слоев способна плотнейшим образом заполнить все трехмерное пространство. Смежные слои укладываются вплотную друг к другу с сохранением какой-либо регулярности взаимного расположения либо могут смещаться/сдвигаться по совмещенным граничным плоскостям или произвольно разворачиваться/переворачиваться в любую сторону.

2. «Стержни/пилоны». Трехмерное пространство может плотнейшим образом заполняться бесконечными по длине одинаковыми призматическими стержнями, имеющими многоугольное замкнутое поперечное сечение, конфигурация которого позволяет осуществлять плотнейшую пространственную стыковку массы стержней по боковым граням (такие сечения показаны на рис. 2А-Б); при этом типовой стержень состоит из одинаковых соосных выпуклых или невыпуклых элементарных многогранников конечной величины, последовательно состыкованных вдоль его продольной оси.

Внутренняя структура какого-либо типового стержня формируется путем подразделения его массива на одинаковые и конечные по величине многогранники системой сквозных секущих плоскостей (некоторые топологические схемы подразделения типового стержня на равные соосные многогранные модули показаны на рис. 1Б).

При подразделении тела стержня на идентичные соосные многогранные блоки системой независимых равноудаленных друг от друга параллельных секущих плоскостей-срезов, перпендикулярных или равнонаклонных к его продольной оси (рис. 1Б/а-б), поперечное сечение стержня может представлять собой любой выпуклый или невыпуклый многоугольник-изоэдр (рис. 2А-Б). То же самое справедливо и в случае равноэлементного подразделения массива стержня системой независимых равноудаленных друг от друга идентичных непрерывных полных срезов, параллельных между собой и имеющих полигональную/ломаную конфигурацию (например, зигзагообразную – рис. 1Б/в,г), в том числе и произвольную асимметричную. В данных случаях пространственная ориентация параллельных секущих плоскостей или полиго-

нальных срезов относительно боковых граней и продольной оси типового стержня может быть произвольной: параллельность идентичных по конфигурации плоскогранных призматических срезов и равная дистанция между ними гарантируют абсолютную одинаковость полученных многогранных блоков при любом многоугольном очертании поперечного сечения стержня. Здесь единственное обязательное условие – единообразное расположение параллельных полигональных призматических срезов вдоль оси стержня.

Остальные четыре варианта подразделения тела типового стержня на одинаковые соосные многогранные блоки могут быть организованы: а – системой независимых ритмически чередующихся разнонаклонных секущих плоскостей Z и S (рис.1Б/в-м); б – многоячейстой полигональной секущей сетью, образованной регулярной системой пересекающихся участков плоских срезов тела стержня- (рис.1Б/н-о,с-ц); в – системой независимых равноудаленных идентичных полигональных полных срезов, смежные из которых имеют зеркально симметричную пространственную ориентацию (рис.1Б/п,ч); г – «кристаллическими» многогранными объемными усечениями (они будут подробно рассмотрены в следующей статье).

Для соблюдения обязательного исходного условия – идентичности составляющих многогранных блоков – три первых вышеуказанных варианта подразделения типового стержня имеют существенные ограничения.

Во-первых, поперечным сечением какого-либо типового стержня должны являться выпуклые или невыпуклые многоугольные изоэдры, имеющие две взаимно перпендикулярные оси зеркальной симметрии (некоторые поперечные сечения с такими осями отмечены на рис.2).

Во-вторых, независимые разнонаклонные секущие плоскости Z и S , а также прочие сечения полигонального очертания в каждом конкретном случае должны быть ориентированы в направлении какой-либо одной из осей зеркальной симметрии поперечного сечения стержня, т.е. должны быть перпендикулярны некоторой плоскости, нормальной к данной оси. [Особый случай – квадратное и крестообразное поперечные сечения, имеющие по две пары взаимно перпендикулярных осей зеркальной симметрии (рис.2). В этом случае вышеуказанное требование ориентации секущих плоскостей Z и S , а также разнообразных сложных сечений по направлению лишь одной из осей зеркальной симметрии сечения стержня также является обязательным].

В-третьих, особые ограничения наложены на конфигурацию полигональных сквозных срезов типового стержня. Так, многоячейстая полигональная секущая сеть, образованная регулярной системой пересекающихся участков плоских срезов тела стержня (вариант «б»), должна иметь поворотную ось симметрии второго порядка, перпендикулярную продольной оси стержня, либо содержать плоскость скользящего отражения, проходящую через его продольную ось. А каждый из независимых полигональных полных срезов тела стержня, расположенных зеркально симметрично относительно друг друга (вариант «в»), должен иметь поворотную ось симметрии второго порядка, перпендикулярную продольной оси стержня.

После того, как при выполнении всех описанных обязательных условий какой-либо типовой стержень сформирован из идентичных соосных выпуклых или невыпуклых замкнутых многогранников, масса аналогичных стержней, примыкая друг к другу по боковым граням, способна плотнейшим образом заполнить все трехмерное пространство. Смежные стержни вплотную примыкают друг к другу с сохранением какой-либо регулярности либо могут смещаться/сдвигаться по совмещенным боковым граням вдоль своей продольной оси и разворачиваться в какую-либо сторону любым допустимым образом с сохранением абсолютной плотности их совокупной стыковки.

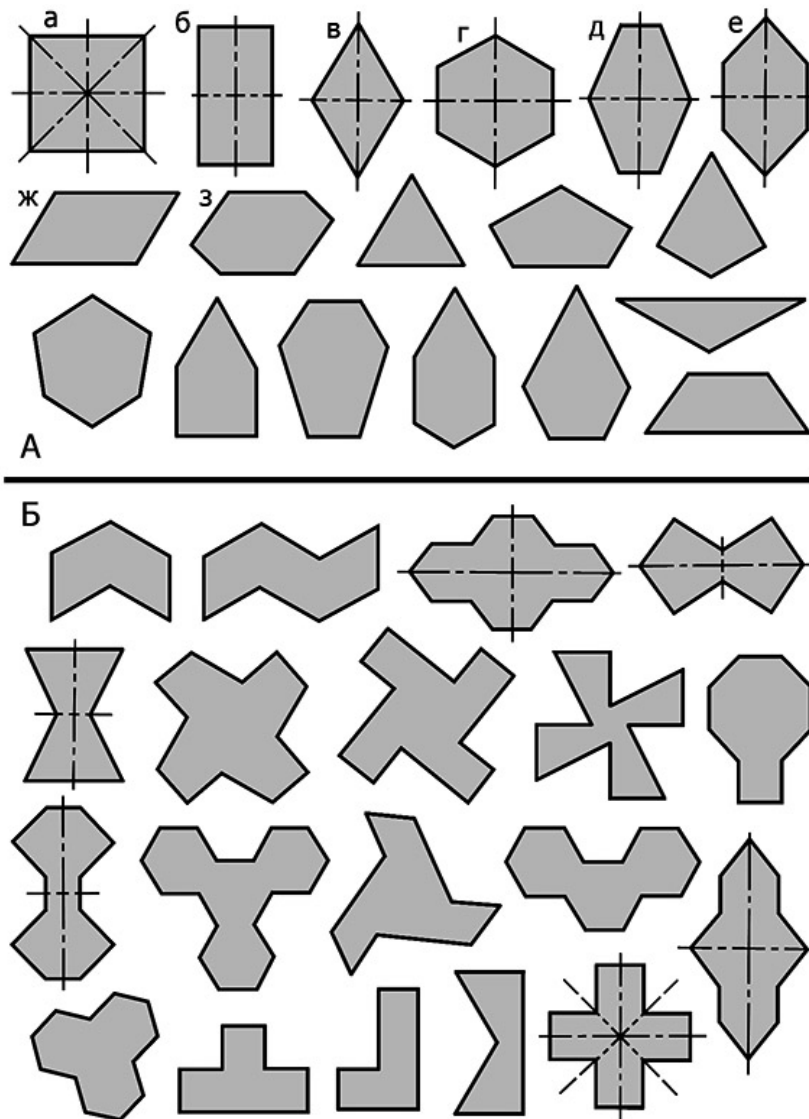


Рис. 2. Основные типы поперечных сечений или многоугольных оснований прямых или наклонных призматических многогранников – элементов слоистых и стержневых систем плотнейшего заполнения пространства. А – выпуклые многоугольные сечения/основания; Б – невыпуклые многоугольные сечения/основания. Ряд невыпуклых сечений разработан А.В. Коротичем. Права автора защищены

3. «Капсулы». Трехмерное пространство может плотнейшим образом заполняться одинаковыми непризматическими многогранными замкнутыми капсулами (их некоторые выпуклые разновидности представлены на рис. 3А, 4А). Данные непризматические капсулы не компонуются плотнейшим образом ни в вышеописанные классические «слои», заключенные между двумя параллельными граничными плоскостями, ни в призматические «стержни». Они заполняют пространство лишь одним образом – так называемыми «кристаллическими слоями», смежные из которых вкладываются один в другой до полного взаимного соприкосновения. Принципы и технологии образования «кристаллических слоев» из непризматических многогранников, а также их основные топологические разновидности и составные пространственные структуры на их основе подробно описаны и показаны в ранее опубликованной работе автора [5]. Там же указано, как плотнейшие равноэлементные пространственные разбиения получаются на основе невыпуклых многогранных «капсул», представляющих собой многовариантные составные комбинации выпуклых полуправильных многогранников, а также соответствующих правильных прямых призм.

Выпуклые непризматические многогранники-«капсулы» плотнейшего заполнения пространства могут быть разделены плоскостями зеркальной симметрии на абсолютно идентичные

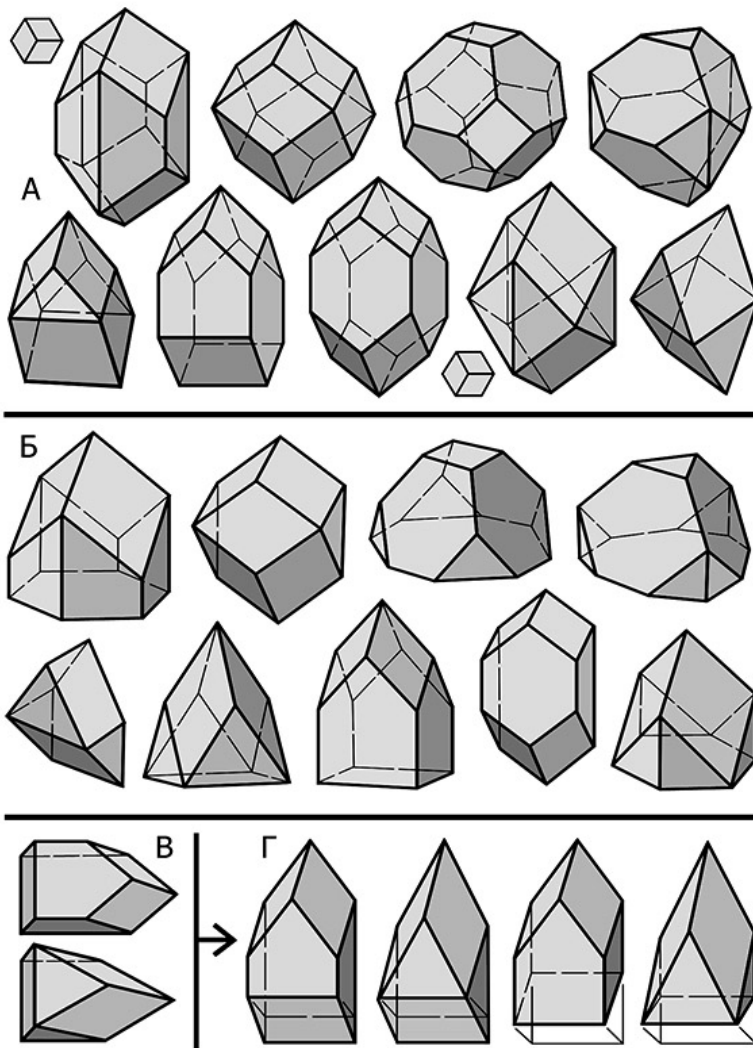


Рис. 3. Основные топологические типы выпуклых непризматических многогранников-«капсул», позволяющих осуществлять плотнейшее дискретное заполнение трехмерного пространства. А – целые капсулы, Б – «половинные», В – «четвертинные». Г – модифицированные «четвертинные» многогранные модули как составные элементы «полос/лент» или «брусков». Часть изображенных многогранников создана А.В. Коротичем. Права автора защищены

«половинные» (рис. 3Б, рис. 4А) и «четвертинные» (рис.3В) непризматические многогранники, а также и на более мелкие фрагменты. В отличие от целых непризматических многогранных «капсул», масса их одинаковых «половинок» или более мелких частей, плотно стыкуясь друг с другом по целым граням во встречных направлениях, способна образовывать особую разновидность классического типового слоя одинаковой толщины, две бесконечные параллельные противоположные граничные плоскости которого формируют плотно примыкающие друг к другу основания соответствующих встречно ориентированных составляющих непризматических блоков. Такие слои укладываются вплотную друг к другу произвольным образом (зеркально симметрично, ритмичным параллельным переносом типового слоя, с произвольным асимметричным смещением, разворотом и т.д.), при этом образуя плотнейшее/сплошное дискретное заполнение трехмерного пространства.

4. «Полосы/ленты» и «бруски». Вышеописанные классические слои и стержни плотнейшего заполнения пространства в ряде случаев имеют особую разновидность – они получают форму бесконечных составных полос/лент или брусков с постоянным по длине индивидуальным поперечным сечением; при этом в общем случае постоянные в каждом конкретном случае толщина и ширина полосы/ленты/бруска фиксируются двумя парами противоположных граничных/контурных плоскостей, из которых по крайней мере одна пара обязательно составлена параллельными плоскостями (рис. 4Б). Также возможно образование полос/лент постоянного поперечного сечения, ограниченных одинаковыми продольными зигзагообразными контурными

ми линиями. [В отличие от полос/лент габариты постоянного поперечного сечения брусьев являются соизмеримыми величинами. При этом у брусьев, в отличие от стержней (п.2 статьи), составляющие идентичные многогранные модули не являются соосными].

Постоянное поперечное сечение составных полос/лент или брусьев может выполняться прямоугольным/квадратным, трапециевидным или параллелограмматическим/ромбическим (рис. 4В). Данные объекты komponуются из одинаковых конечных по размерам выпуклых или невыпуклых призм (прямых, наклонных, усеченных/клиновидных). Некоторые возможные схемы их равноэлементной компоновки представлены на рис.1Б/а-ш и рис. 4Г (приведенные схемы в равной степени отражают как варианты продольного сечения «полос/брусьев» так и разновидности разбиения их ленточных граничных плоскостей). Поэтому любая из двух пар противоположащих контурных плоскостей, ограничивающих боковую поверхность каких-либо полосы/ленты или бруска, может быть образована как плотно состыкованными одинаковыми торцевыми основаниями составляющих призм-модулей так и их боковыми гранями.

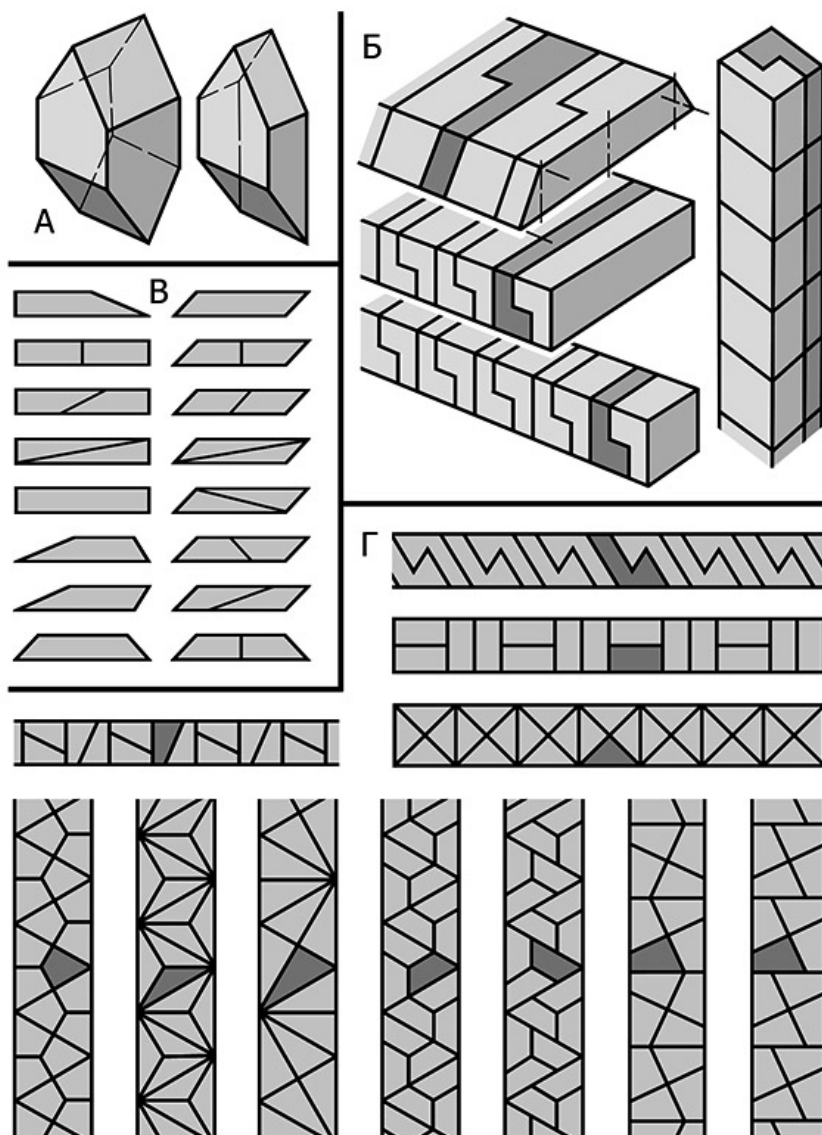


Рис. 4. Один из типов выпуклых не-призматических многогранников-«капсул» (целый и «половинный») плотнейшего заполнения трехмерного пространства (А). «Полосы/ленты» и «бруски» плотнейшего заполнения трехмерного пространства: Б – их общие виды, образованные топологически однородными многогранными модулями; В – возможные типы их поперечных сечений, в т.ч. со схемами поперечной стыковки составляющих идентичных модулей; Г – возможные схемы их продольной равноэлементной компоновки. Автор А.В. Коротич. Права автора защищены

Также эти объекты собираются из ряда идентичных «половинок» или «четвертинок» (рис. 3Б-В, рис. 4А) некоторых топологических типов полных «капсул» (рис. 3А, рис. 4А). При этом в процессе образования разновидностей полос/лент или брусков отдельные участки формы данных «половинок» или «четвертинок» могут дополнительно удлиняться или отсекаются (рис. 3Г). Возможна компоновка полос/лент или брусков из однотипных/зеркально равных модулей, представляющих собой еще более мелкие фрагменты исходной «капсулы» (1/8 и др.).

После того, как какие-либо типовые полоса/лента или брусок составлены из идентичных выпуклых или невыпуклых замкнутых многогранников, на первой стадии заполнения пространства масса аналогичных объектов, плотнейшим образом примыкая друг к другу по боковым контурным граням, образует сплошной бесконечный производный «слой» одинаковой толщины. Полосы/ленты или бруски стыкуются друг с другом в производный равнотолщинный типовой слой с соблюдением какой-либо регулярности либо смещаются/сдвигаются по боковым контурным граням в произвольной асимметричной комбинации с сохранением абсолютной плотности их совокупной стыковки. Далее, на второй стадии плотнейшего заполнения пространства совокупность полученных таким способом безразмерных производных типовых слоев, плотно стыкуясь друг с другом по параллельным граничным плоскостям, способна сплошным образом заполнить все трехмерное пространство. При этом смежные производные слои стыкуются друг с другом с соблюдением какой-либо регулярности либо произвольным образом смещаются/разворачиваются относительно друг друга, образуя топологически разнородные асимметричные дискретные плотноупакованные структуры.

Заключение

Предложенная автором общая теория плотнейшего заполнения трехмерного пространства равными и конечными по величине многогранниками служит базовой платформой для проведения перспективных системных научных исследований и, несомненно, далее будет интенсивно развиваться, дополняясь новыми направлениями кристаллографического формообразования. Научные открытия, сделанные в русле данных фундаментальных направлений, находятся на переднем крае таких перспективных промышленных отраслей, как космонавтика (так называемая «открытая архитектура» модульных орбитальных и планетных космических поселений), дизайн различных направлений, макро- и микроструктура биохимических соединений, физика кристаллов и радиоэлектроника, микробиология и нанотехнологии. Яркое свидетельство колоссальной важности исследуемой автором сферы геометрического структурирования трехмерного пространства – проведение Всемирного конгресса кристаллографов в Москве в конце 2016 г., на котором присутствовали многие лауреаты Нобелевской премии. Несомненно, приоритетность развития данной стратегической научной отрасли – в контексте общемирового технологического прогресса.

Библиография

1. Федоров, Е.С. Начала учения о фигурах.– М.;Л.: Изд. АН СССР, 1953.– 410 с.: ил.
2. Делоне, Б.Н., Долбилин Н.П., Штогрин М.И. Комбинаторная и метрическая теория планигонов /Труды матем. ин-та АН СССР.– 1978.– № 148.– С.109–140.
3. Grunbaum, В., Shepard G.C. Isohedral tilings of the plane by polygons /Comment. Math. Helvetici. – 1978. – Vol. 53. – P. 542-571.
4. Галиулин, Р.В. Кристаллографическая геометрия.– М.: Наука, 1984.– 136 с.
5. Коротич, А.В. Новые технологии архитектурного моделирования пространства // Академический вестник УралНИИпроект РААСН.– № 2.– 2017. – С. 38–43: ил.



Это произведение доступно по лицензии Creative Commons «Attribution-ShareAlike» («Атрибуция — На тех же условиях») 4.0 Всемирная.

Статья поступила в редакцию 08.09.2017

Korotich Andrey V.

Doctor of Architecture,

Corresponding Member of the Russian Academy of Architecture and Civil Engineering,

Professor of the International Academy of Architecture, Honored Inventor of Russia.

Head of Architectural Shape-forming science research Laboratory of Ural Branch UralNIIproject of Central Science Researches and Projects Institute of Russian Federation Building Construction Ministry

Ekaterinburg, Russia, e-mail: avk-57@uniip.ru

A GENERAL THEORY OF MAXIMUM COMPACT FILLING OF THREE-DIMENSIONAL SPACE WITH EQUAL POLYHEDRA

The article expounds some topical aspects of a new theory of plastic organization of forms of modern shells with crystalline structure and shows main promising areas for their development. Some new types of crystalline shells created by the author in the class of polyhedral systems are shown and some methods of their creation are described. The compositional perspectives for the new theory and crystalline shells are outlined in different spheres of fundamental science, architecture, and design.

Key words: *polyhedron, architectural form, module, composition, crystallography, polygon, plane, section, axis, three-dimensional space.*

References

1. Fedorov, E.S. (1953) Foundations of the Theory of Shapes. Moscow, Leningrad: AN SSSR.
2. Delone, B.N., Dolbilin, N.P., Shtogrin, M.I. (1978) The Combinatory and Metric Theory of Planigons. Proceedings of the Institute of Mathematics of the USSR Academy of Sciences, No. 148, p.109–140. (in Russian)
3. Grunbaum, B., Shephard G.C. (1978) Isohedral Tilings of the Plane by Polygons. Comment. Math. Helvetici, Vol. 53, p. 542-571.
4. Galiulin, R.V. (1984) Crystallographic Geometry. Moscow: Nauka. (inRussian)
5. Korotich, A.V. (2017) New Technologies of Architectural Space Modelling. Academic Bulletin of UralNIIproject RAASN, No. 2, p. 38–43. (in Russian)