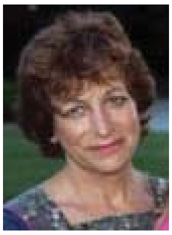
ИНФОРМАЦИОННО-СИГНАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ СИСТЕМ ПРОПОРЦИЙ В АРХИТЕКТУРЕ И ИЗОБРАЗИТЕЛЬНОМ ИСКУССТВЕ

УДК: 72.01
ББК: 85.110

Горнева Ольга Сергеевна

кандидат архитектуры, доцент
Уральская государственная архитектурно-художественная академия,
Екатеринбург, Россия, e-mail: hjule@yandex.ru

Оржеховская Регина Яковлевна



кандидат технических наук, профессор,
Уральская государственная архитектурно-художественная академия,
Екатеринбург, Россия, e-mail: pmitg@usaaa.ru

Титов Сергей Сергеевич

доктор физико-математических наук, профессор,
Уральская государственная архитектурно-художественная академия,
Екатеринбург, Россия, e-mail: stitov@usaaa.ru

Аннотация

Статья посвящена возможности применения положений теории информации в архитектуре и искусстве, в частности при анализе и синтезе пропорциональных систем. Дано решение модельной задачи о выборе предпочтительного соотношения пары абстрактных отрезков. На этой методике основана научная метафора работы – помехоустойчивость образа при передаче сигнала как исходного замысла автора художественного произведения. Предложенная в результате схема информационного анализа пропорций может быть применена для критических исследований в теории и истории архитектуры.

Ключевые слова

теория информации, пропорционирование, пропорциональная система, информационно-сигнальный анализ

Теория информации – один из разделов математики, представляющих несомненный интерес для архитектуры, в частности в области изучения закономерностей композиции и пропорционирования. Обращение авторов статьи, прежде всего, к теории пропорций обусловлено ее большим прикладным значением: существуют стандарты предпочтительных пропорций, в знаменитой книге Э. Нойферта «Строительное проектирование» [6], до сих пор выпускаемой с дополнениями уже современных авторов, даются начальные знания о системах пропорционирования.

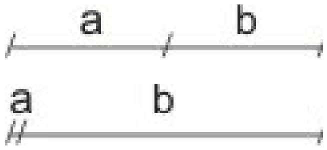
С точки зрения теории информации [13] исходное послание (идея, замысел, отображенный в проектной документации) есть активный субъект A, реализация его для передачи есть объект B (здание, произведение искусства и т. п.), который на другом – «принимающем» – конце канала связи преобразуется (под влиянием «помех» в виде смены культурного контекста эпохи, разрушений, пристроев, неумелой реставрации и пр.) в объект *C*. Именно этот объект *C* воспринимается активным субъектом *D*, а потому критерием правильного декодирования в классической теории информации служит идентичность $A=D$. Однако с практической точки зрения вполне достаточно приближенное равенство *A* и *D*, что означает достаточно правильное понимание воспринимающим исходного замысла автора данного произведения.

В основу предлагаемой статьи был положен метод анализа и синтеза систем пропорций, используемых в архитектуре, дизайне и изобразительном искусстве. Метод предложен Н.М. Зубовым и основан на современном подходе к изучению композиции в целом с позиций теории информации.

Изложение ведется с использованием геометрического языка. В первую очередь, решается задача о выборе предпочтительного соотношения пары абстрактных отрезков. Под предпочтительностью понимается наибольшая ощутимость различия сигналов одного информационного уровня. Такая пара отрезков обладает наибольшей выразительностью в архитектурной композиции, и, если рассматривать восприятие этих отрезков как получение информационных сигналов, несет наибольшее количество информации.

В рамках нашей информационно-сигнальной метафоры (модели) эта задача является модельной при описании «помехоустойчивости» образа при передаче сигнала на этапе от *B* к *C*. Нужно, чтобы на этапе передачи от *B* к *C* не произошло сильного искажения, поэтому нам важна различимость сигнала.

Таким образом, требуется найти такое соотношение отрезков, при котором в наибольшей степени преодолевается монотонность восприятия пары в целом как системы двучленного композиционного узла. Часто такая задача связывается с задачей использования тех или иных измерительных и строительных инструментов [10]. Встает вопрос об измерении количественной различимости сигналов. Возьмем в качестве меры различимости степень отклонения от средней величины. Для начала введем понятие средней величины. Рассмотрим два «крайних» примера:



1 – повторение одного и того же сигнала,

2 – *a* исчезающе мало и почти неощутимо – сигнал другого информационного уровня.

В первом примере монотонность создается за счет повторения одного и того же сигнала, во втором – за счет восприятия фактически одного сигнала. Таково восприятие из мчащегося поезда, когда есть время только для того, чтобы рассмотреть крупные детали.

Из второго примера следует, что в качестве средней величины мы не можем взять среднее арифметическое длины отрезков $c=(a+b)/2$, так как в этом случае именно такое соотношение отрезков дало бы наибольшее отклонение, т. е. должно было бы считаться наиболее удачным. Наиболее негативное отношение к подобному усреднению, приводящему к симметричному решению, характерно для японской художественной традиции, считающей такую симметрию «мертвой» и лишенной развития.

Поставим задачу выбора типов средних величин в зависимости от требуемой различимости сигналов. Введем в рассмотрение среднюю гармоническую величину *m*:

$m=2ab/(a+b)$

и среднее гармоническое отклонение *γ*:

$\gamma=(a-m)*b=(m-b)*a$, при условии $a>b$.

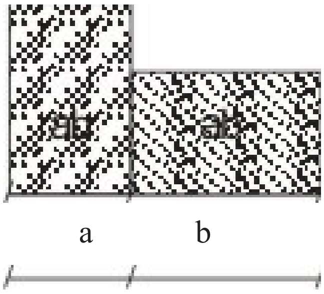
При подстановке m в *γ* имеем:

$\gamma=(a-2ab/(a+b))*b=((a2+ab-2ab)/(a+b))*b=ab*(a-b)/(a+b)$.

При $a=b$ получаем $m=2a2/2a=a$; $\gamma=0$, т. е. монотонно повторяющийся сигнал с нулевым отклонением, что соответствует реальности.

При $a=0$ (или $b=0$) получаем $\gamma=0$, т. е. отклонение опять-таки является нулевым. Значит, этот способ вычисления средней величины правильно отражает рассмотренные примеры.

С учетом формул для m и γ представим исходную модель различимости сигналов следующим образом. Мы сравниваем отрезки между собой, последовательно воспринимая каждый участок одного отрезка и сравнивая с участками второго отрезка. Тогда к каждому единичному участку отрезка a подходит b связей от единичных участков другого отрезка. Всего же на отрезок a попадает ab межчленных связей. Столько же попадает их и на отрезок b. Стало быть, всего на паре отрезков воспринимается $2ab$ связей, а средняя насыщенность участков пары межчленными связями составляет $2ab/(a+b)$, т. е. m есть среднее гармоническое чисел a и b.



Тогда гармоническое отклонение γ выражает сумму элементарных отклонений и является мерой различимости отрезков.

Надо отметить, что перед проектировщиком, ищущим оптимальное соотношение отрезков, могут стоять различные задачи. Рассмотрим их с теоретико-информационных позиций.

1. Двучленный узел может рассматриваться как нечто целостное с членением внутри. В таком случае $a+b=const$. Для простоты возьмем $a+b=1$. Тогда $a=x$, $b=1-x$.

2. Может рассматриваться фиксированный модуль, к которому добавляется неопределенное пока “нечто” и ищутся размеры этого добавления с целью достижения наибольшей выразительности. В таком случае возьмем $a=1$; $b=x$.

3. В качестве модуля берется фиксированная величина прямоугольной площади, являющаяся структурной единицей композиции, и ищутся величины сторон этого прямоугольного модуля. Тогда $ab=1$; $a=x$; $b=1/x$.

Рассмотрим все три случая.

1. $a+b=1$; $a=x$, $b=1-x$.

Имеем $\gamma= x*(1-x)*(x-(1-x))/1= x(1-x)(x-1+x)=x(1-x)(2x-1)=-2x3+3x2-x$.

Найдем x, при котором γ максимальна. Для этого продифференцируем полученное выражение и приравняем производную к нулю.

$-6x2+6x-1=0$ или $x2-x+1/6=0$.

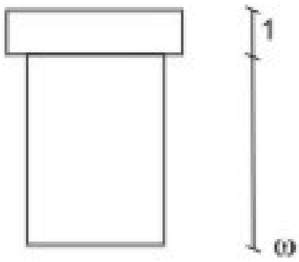
Корни $x1=(3+\sqrt{3})/6$ $x2=(3-\sqrt{3})/6$.

Получаем две фактически одинаковых пары отрезков: $a=(3-\sqrt{3})/6$, $b=(3+\sqrt{3})/6$.

Полученные значения отрезков в долях единицы дают нам искомое соотношение: $a:b=2+\sqrt{3}\approx3.723=\omega$.

Обратное соотношение: $1/\omega=b/a=2-\sqrt{3}\approx0.268$.

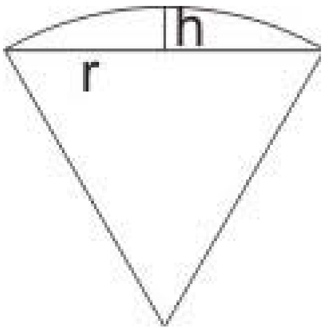
Всякая жизненная модель должна так или иначе подтверждаться в процессе человеческой практики. Так, отношение наибольшего отклонения должно проявляться в процессе интуитивного архитектурно-композиционного творчества. История архитектуры располагает убедительными примерами, подтверждающими эту модель. В частности, по Н.М. Зубову, пропорции элементов композиции классического ордера или греческого фронтона с большой точностью укладываются в выведенные соотношения.



Сюда относятся отношение шага колонн к высоте всего ордера (в ранний период) или к высоте колонны (в поздний период), антаблемента к высоте ордера (в ранний период) или к высоте колонны (в поздний период), высоты фронтального ската к его заложению (всегда).

В геометрическом построении *1/ω=tg150*.

Построить отрезок, находящийся в отношении 1: ω к заданному, можно следующим образом. Строим равносторонний треугольник на удвоенном заданном отрезке. Проводим циркулем дугу с центром в вершине треугольника и из центра дуги перпендикуляр к хорде



h/r=1/ ω; r/h= ω.

Возможность геометрического построения и численное равенство *1/ω=tg150* способствовало применению отношения наибольшего отклонения с очень высокой точностью. Хотя иногда для соблюдения модульности это отношение могло округляться. Последовательное приближение к отношению *1/ ω* можно показать в виде цепной дроби *1/(4-1/(4-(1/4-...*

Четыре шага дают 3 верных шага после запятой

2. *a=1; b=x; γ=x(1-x)/(1+x)*.

Находим производную и приравниваем числитель к нулю:

γ'=(-x2-2x+1)/(1+x)2=0 Корни *x1=-1-√2* (фиктивный); *x2=-1+√2*

b=-1+√2 a/b=1/(-1+√2)=1+√2=ψ

1/ ψ=√2-1; 1+√2=2+1/(2+1(2+1/(2+... .

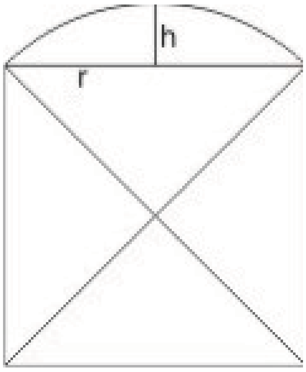
В качестве примера, подтверждающего использование этого соотношения, можно привести римский фронтон.

Построение: удваиваем заданный отрезок. Строим квадрат, диагонали, дугу с центром в точке пересечения диагоналей: r/h= ψ

3. *ab=1; a=x; b=1/x.*

*γ=(x*1/x(x-1/x))/(x+1/x)=(x2-1)/(x2+1).*

γ'=4x/(x2+1)2=0 x=0.



Таким образом, в практическом плане в этой ситуации значение одного сигнала подавляюще больше значения другого.

Задача изучения многочленного композиционного узла ставится аналогичным образом, но в данной работе не рассматривается из-за ее большей громоздкости.

Итак, рассмотренная модельная задача касалась этапа передачи сигнала от *B* к *C*.

Следующий этап – передача сигнала от *C* к *D*, т. е. этап декодирования. Здесь авторы статьи хотели бы упомянуть и об учебно-методической полезности применения положений теории информации, состоящей в понимании того, что навязывание несвойственной объекту системы пропорций ведет к искажению авторского замысла и непониманию его «сути» [6], [11], [12]. С этим напрямую связана одна из проблем, возникающих в теории архитектурно-художественных пропорций: как построенная выше пропорция ω, так и пропорция «золотого сечения» φ используют в своем числовом выражении квадратные корни из целых чисел; эти корни являются иррациональными числами и поэтому не могут быть точно вычислены в виде конечной дроби (например, десятичной). Здравый смысл задает естественный вопрос: разве реально различить при чувственном восприятии эти тысячные и миллионные знаки после запятой?! Открытие иррациональных чисел, например – открытие несоизмеримости диагонали квадрата с его стороной, стало, как известно, причиной кризиса древнегреческой математики [8]. Попыткой ответить на этот вопрос было предложение модели «огрубленного восприятия», когда числа заменялись на их приближенные значения.

Как исторический пример, иллюстрирующий действие этой модели, можно привести работы Альберти, в которых он при разработке пропорциональных систем пользовался целыми числами вместо иррациональных, имея целью упростить изложение и сделать указания доступными для практиков. По Зубову В.П. «этот мотив был весьма веским для всех теоретиков Ренессанса при выборе «модульной системы изложения»» [5].

В качестве современных подходов к пониманию модели рассмотрим два различных примера. Эксперимент в рамках модульной системы описан в книге А. И. Гегелло: «Разрабатывая проект изолятора, я, как это бывало и раньше, предварительно не задавался какой-либо системой пропорций и не подчинял ей композицию фасадов. Тем не менее, фасады в своих размерах и членениях оказались довольно точно связанными с системой отношений простых чисел. Так, если принять за основной модуль *M* взятую по фасадам одинаковую ширину лестничных клеток, то по главному (длинному) фасаду его основные членения составляют: $2M + 3M + M + 3M$, при основной высоте здания, равной $2M$, и высоте повышенных его частей 2¾ М; по боковому же фасаду: $2M + M + 4M$, при тех же высотах. При разработке проекта я над этим вопросом не задумывался, поэтому и получились некоторые отклонения от аналитических данных, средняя величина которых составляет около восьми процентов от абсолютной величины модуля, что не является большой погрешностью» [2, с. 192] А.И. Гегелло делает следующий вывод: «Этот пример как бы случайного возникновения определенной системы пропорций здания говорит о внутренней взаимосвязи и взаимодействии решаемых архитектором в проекте разных сторон единой архитектурной задачи – функциональной, конструктивной, художественной и др. Удачное решение одной из них в какой-то мере помогает лучшему решению другой». Однако ясно, что приближенность здесь не имеет никакого отношения к огрублению иррациональностей, возникающих в геометрических системах пропорций.

Еще более впечатляющий пример – в работе А.В. Долгова [4] по изучению плотины на реке Ольховке, проанализированной в свое время Н. М. Богомоловым на основе обмеров, с позиций пропорции «золотого сечения».

Автор указывает на подгонку данных: «Там, где «золото» подтверждается до тысячной доли, нельзя не усмотреть подгонки. Почему-то именно с шириной портика по архитраву сравнивается ширина промежутка между портиками в свету (?) или ширина портика в осях колонн соотносится к промежутку между арками (?)». Далее он делает на основе подробного анализа вывод о решающем значении для пропорционального решения плотины типоразмеров использованного при строительстве плотины кирпича: «… метрический порядок достигнут применением кирпича с размерами *77 × 156 × 315* мм. Впрочем, достаточно рассмотреть рис. 1 и 2, на которых основные размеры сооружения переведены в четверти аршина, и становится очевидной значимость выявления именно такой размерности для понимания пропорций и принципов построения архитектурной формы плотины. Целочисленность данных соотношений не вызывает сомнений, в общую систему завязываются габаритные и осевые размеры».

Итак, в приведенном примере наглядно показана неприменимость модели золотого сечения к исследуемому объекту, к заложенному в нем «тайному посланию», что и констатирует автор: «Думаю, что материал, осмысленный в статье, представляет собой лишь приглашение к более глубокому изучению и пониманию архитектурного замысла автора, ведь математика только «обслуживает» логику…

Между *0,618…* и *0,6* в натурных размерах разница небольшая, чуть больше *2* см на *1* м измерений. Эти величины напоминают нам о точках, в которых почти сходятся геометрические и арифметические размерные ряды, но «золотое сечение», будучи внутри целого, на наш взгляд, не в состоянии раскрыть логику соотношений множественности отдельных единиц во всем их многообразии, построенном на простых комбинациях, подобных сооружению кирпичной стены».

Закончить цепочку примеров хотелось бы цитатой из книги А. К. Бурова «Об архитектуре» [1, с. 14]. Описывая Парфенон, Буров говорит о нем как о «необычайном сооружении архитектуры, не имеющем ни одной вертикали и ни одной горизонтали, сооружении, в котором все сделано наклонно, конкавно и конвексно – для того, чтобы казаться прямым и вертикальным».

Это было сделано уже на этапе перехода от A к B с целью внести информационную избыточность, как это принято в теории информации и кодирования, для того чтобы при декодировании (восприятии) от C к D, был правильно восстановлен замысел A, заключающийся в том, чтобы все казалось прямым и вертикальным [3].

Таким образом, правильность восприятия замысла, заложенного автором, означает правильную расшифровку его «послания», соответствия модели восприятия исходной модели созданного объекта. Так, если модульность означает конечное число базовых инвариантов, через которые выражаются все инварианты посредством соотношений вида «есть кирпич, мы из него выкладываем стену», то геометрическая пропорциональность есть другой тип модели, управляющей процессом нашего восприятия. В нашей теоретико-информационной метафоре канала связи исходный замысел A может быть связан со сложной моделью, включающей в себя точные пропорции, иррациональности, фракталы и т. п., его реализация в виде «материального» объекта B может требовать привлечения других моделей (материалы, конструкции и т. п.), а донесение его до нас в виде объекта C как образа, или «наследника», или «памятника архитектуры» [9] требует от нас усилий по выработке модели D, достаточно адекватно [14-17] восстанавливающей исходную модель A как ее прообраз.

Библиография

1. Буров, А.К. Об архитектуре / А.К. Буров. – М.: Гос. изд-во лит-ры по строительству, архитектуре и строительным материалам, 1960. – 146 с.

2. Гегелло, А.И. Из творческого опыта: возникновение и развитие творческого замысла / А.И. Гегелло. – Л.: Гос. изд-во лит-ры по строительству, архитектуре и строительным материалам, 1962. – 376 с.

3. Горнева, О. С., Титов, С.С. Проблемы интеграции математических методов в архитектурное проектирование [Электронный ресурс] / О.С. Горнева, С.С. Титов // Архитектон: известия вузов. – 2013. – № 41. – URL: http://archvuz.ru/2013_1/2

4. Долгов, А.В. Музыка падающей воды. Продолжение статьи «Плотина на Генеральской даче»/ А.В. Долгов // Академический вестн УралНИИпроект РААСН. – 2011. – №3.

5. Зубов, В.П. Архитектурная теория Альберти / В.П. Зубов; отв. ред. Д. Баюк. – СПб: Алетейя, 2001. – 461 с.

6. Медведев, Н.В., Титов, С.С. О топологии эллиптических кривых / Н.В. Медведев, С.С. Титов // Тр. Ин-та математики и механики УрО РАН. Екатеринбург: УрО РАН. – 2012. – Т. 18. – № 1. – С. 242–250.

7. Нойферт, Э., Нефф, Л. Проектирование и строительство. Дом, квартира, сад: иллюстрированный справочник для заказчика и проектировщика / Э. Нойферт, Л. Нефф; пер. с нем. Л.В. Демьянов. – М.: Архитектура-С, 2010. – 255 с.

8. Титов, С.С., Заславская, С.В., Хусаинова, Г.В. Пособие по математике для студентов архитектурных специальностей / С.С. Титов, С.В. Заславская, Г.В. Хусаинова. Екатеринбург: Архитектон, 2011. – 40 с.

9. Титов, С.С., Холодова, Л.П., Янкова, Я.К. Глобальная креативность: синтез архитектуры с другими научными дисциплинами [Электронный ресурс] / С.С. Титов, Л.П. Холодова, Я.К. Янкова //Архитектон: известия вузов. – 2004. – № 6. – URL: http://archvuz.ru/2004_1/1

10. Черняев, А.Ф. Золото Древней Руси. Русская матрица – основа золотых пропорций / А.Ф. Черняев. – М.: Белые альвы, 1998. – 144 с.

11. Чернякова, Т.В., Титов, С.С. Внедрение компьютерной живописи в архитектурно-художественное творчество [Электронный ресурс] / Т.В. Чернякова, С.С.Титов //Архитектон: известия вузов. – 2012. – № 37. – Режим доступа: http://archvuz.ru/2012_1/21

12. Ушаков, В.Н. Теорема Чевы и некоторые особенности геометрии пирамиды Хеопса [Электронный ресурс] / В.Н Ушаков // Живой журнал. – URL: http://ushakov-vn.livejournal.com/761.html.

13. Шеннон К. Теория связи в секретных системах / К. Шеннон. – М.: ИЛ, 1963.

14. Оржеховская, Р.Я., Титов, С.С. Особенности методики преподавания математических дисциплин в УралГАХА // Проблемы и методика преподавания естественнонаучных и математических дисциплин: материалы Междунар. конф. – Екатеринбург: УрИЭУП, 2008. С. 213–217.

15. Бояркина, М.Г., Титов, С.С. Количественный анализ промышленной территории как метрического пространства // Известия ВУЗов. Строительство и архитектура. – 1987. – N 10. – С. 48–52.

16. Дубровин, Г.И., Овечкин, А.В., Титов С.С. Комбинаторная планиметрия в структурном анализе универсальных модульных зданий [Электронный ресурс] // Архитектон: известия вузов. – 2007. – № 20. – URL: http://archvuz.ru/2007_4/1

17. Титов, С.С., Холодова, Л.П. Синергетически-планировочный анализ региональной урбанизации [Электронный ресурс] //Архитектон: известия вузов. – 2007. – №19. – URL: http://archvuz.ru/2007_3/1

Статья поступила в редакцию 29.11.2013

INFORMATION SIGNAL ANALYSIS OF PROPORTION SYSTEMS IN ARCHITECTURE AND FINE ARTS

Gorneva Olga S.
PhD (Architecture), Associate Professor,
Ural State Academy of Architecture and Arts,
Ekaterinburg, Russia

Orzhekhovskaya Regina Ya.
PhD. (Engineering), Professor,
Ural State Academy of Architecture and Arts,
Ekaterinburg, Russia, e-mail: pmitg@usaaa.ru

Titov Sergey S.
Doctor of Science (Mathematics), Professor,
Ural State Academy of Architecture and Arts,
Ekaterinburg, Russia

Abstract
The article is devoted to the possibility of applying the information theory to architecture and art, in particular, for analysis and synthesis of proportional systems. A solution is provided to a modelling problem on selection of a preferable ratio between a pair of abstract lengths. This methodology has formed a basis for the scientific metaphor of the work – the noise resistance of an image at the transmission of a signal as the initial plan of the author of an art work. A scheme of information analysis of proportions is proposed, which can be used for critical studies in the theory and history of architecture.

Key words:
information theory, proportioning, proportional system, information signal analysis

References

1. Burov, A.K. (1960) On Architecture. Moscow: State Publisher of Literature on Building Construction, Architecture and Building Materials. (in Russian)

2. Gegello, A.I. (1962) From Creativity Experience: Emergence and Development of Creative Idea. Leningrad: State Publisher of Literature on Building Construction, Architecture and Building Materials. (in Russian)

3. Gorneva, O. S. And Titov, S.S. (2013) Issues in Integration of Mathematical Methods into Architectural Design. Architecton, No. 41 [Online] Available from: http://archvuz.ru/2013_1/2 (in Russian)

4. Dolgov, A.V. (2011) The Music of Falling Water. A continuation of the article «The Dam at Generalskaya Dacha». Academic Vestnik of UralNIIproyekt RAASN, No. 3. (in Russian)

5. Zubov, V.P. (2001) Alberti's Architectural Theory. Saint-Petersburg: Aleteya. (in Russian)

6. Medvedev, N.V. and Titov, S.S. (2012) On the Topology of Elliptical Curves. Proceedings of the Institute of Mathematics and Mechanics of the Ural Division of the Russian Academy of Sciences. Ekaterinburg: UrO RAN, Vol. 18, No. 1, p.. 242–250. (in Russian)

7. Neufert, P., Neff, L. (2010) Gekonnt planen, richtig bauen. Haus, Wohnung, Garten. Translated from the German by L.V. Demyanov. Moscow: Arkhitektura-S. (in Russian)

8. Titov, S.S., Zaslavskaya, S.V. and Khusainova, G.V. (2011) A Mathematics Manual for Architecture Students. Ekaterinburg: Architecton. (in Russian)

9. Titov, S.S., Kholodova, L.P. and Yankova, Ya.K. (2004) Global Creativity: Synthesis of Architecture with Other Scientific Disciplines. Architecton, No. 6. [Online] Available from: http://archvuz.ru/2004_1/1 (in Russian)

10. Chernyayev, A.F. (1988) The Gold of Ancient Russia. The Russian Matrix and the Basis of Golden Proportions. Moscow: Belye Al’vy. (in Russian)

11. Chernyakova, T.V. and Titov, S.S. (2012) Introduction of Computer Painting into Architectural and Art Creativity. Architecton, No. 37 [Online]. Available from: http://archvuz.ru/2012_1/21 (in Russian)

12. Ushakov, V.N. Ceva’s Theorem and Some Features of the Pyramid of Cheops’ Geometry [Online]. Livejournal. Available from: http://ushakov-vn.livejournal.com/761.html. (in Russian)

13. Shannon, C. (1963) Communication Theory of Secrecy Systems. Moscow: IL. (in Russian)

14. Orzhekhovskaya, R.Ya. and Titov, S.S. (2008) Specific Features of the Methodology for Teaching Mathematical Disciplines at Ural State Academy of Architecture and Arts. Issues in and Methodology of Teaching Natural Science and Mathematical Disciplines: Proceedings of International Conference. Ekaterinburg: UrIEUP, p. 213–217. (in Russian)

15. Boyarkina, M.G. and Titov, S.S. (1987) Quantitative Analysis of an Industrial Area as a Metric Space. Izvestiya VUZov. Building and Architecture, No. 10, p. 48–52. (in Russian)

16. Dubrovin, G.I., Ovechkin, A.V. and Titov, S.S. (2007) Combinatorial Planimetry in Structural Analysis of Universal Modular Buildings [Online] Architecton, No. 20. Available from: http://archvuz.ru/2007_4/1 (in Russian)

17. Titov, S.S. and Kholodova, L.P. (2007) Synergetic Planning Analysis of Regional Urbanisation [Online] Architecton, No.19, Available from: http://archvuz.ru/2007_3/1 (in Russian)